

# Klausur zur Mathematik 2 für Maschinenbau, 18.12.2004

Name: .....

Matrikel-Nr.: .....

Für die Klausur gilt:

- Sie haben 90 min Zeit.
- Taschenrechner und Formelsammlung sind erlaubt. Skript, Aufgabensammlung etc. sind nicht erlaubt!
- Schreiben Sie auf auf jedes Blatt Ihren Namen! Benutzen Sie bitte für jede neue Aufgabe ein neues Blatt. Geben Sie das Aufgabenblatt mit ab. Benutzen Sie dokumentenechte Schreibwerkzeuge, keinen Rotstift.

Es benötige 50% der Punkte bei folgender Punkteverteilung:

| Aufgabe             | 1  | 2  | 3  | 4  |
|---------------------|----|----|----|----|
| Punkte              | 12 | 10 | 10 | 16 |
| erreichte Punktzahl |    |    |    |    |

**Aufgabe 1:** Gegeben ist die Funktion

$$f(x) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

- Skizzieren Sie diese Funktion.
- Wie heißt die Kurve?
- Berechnen Sie die Mac Laurinsche Reihe  $T_n$  (Taylorreihe mit Entwicklungspunkt Null) bis zum dritten nichtverschwindenden Glied.
- Berechnen Sie das Integral  $\int_{-1}^1 f(x) dx$  näherungsweise durch  $\int_{-1}^1 T_n(x) dx$ .

**Aufgabe 2:** Gegeben ist die Differentialgleichung  $y' = -2ty + te^{-t^2}$ .

Lösen Sie die Differentialgleichung und das Anfangswertproblem  $y(0) = 2$ .

**Aufgabe 3:** a) Berechnen Sie die Minima, Maxima und Sattelpunkte der Funktion

$$f(x, y) := 2x^2 + \cos(y).$$

b) Ein Vektorfeld  $f : \mathcal{R}^3 \rightarrow \mathcal{R}^3$  heißt rotationsfrei, falls  $\text{rot } f(x, y, z) = \vec{0}$  ist. Geben Sie die  $\lambda$  an, für die

$$f(x, y, z) := \begin{pmatrix} \lambda xy - z^3 \\ (\lambda - 2)x^2 \\ (1 - \lambda)xz^2 \end{pmatrix}$$

rotationsfrei ist.

**Aufgabe 4:** Ein Hohlzylinder mit Innenradius  $r_i = 6$  cm, Außenradius  $r_a = 10$  cm und Zylinderhöhe  $h_z = 10,5$  cm wird mit Wasser gefüllt, bis die Wasserhöhe  $h_w = 10$  cm beträgt. Berechnen Sie das Volumen, dass das Wasser einnimmt

- mithilfe geometrischer Überlegungen,
- als Mehrfachintegral.

Drei Kugeln aus Eisen vom Radius  $R = 2$  cm werden in dem Wasser versenkt.

- Um wieviel steigt der Wasserpegel (Fließt ggf. Wasser über den Rand?)
- Berechnen Sie die Gesamtmasse von Wasser und Kugeln in dem Hohlzylinder.  
(Es ist  $V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi R^3$ ,  $\rho_{Wasser} \approx 1 \text{ g/cm}^3$  und  $\rho_{Eisen} \approx 8 \text{ g/cm}^3$ .)